O trzech prawach Newtona

Wojciech Dindorf, Elżbieta Krawczyk

Lokomotywa ciągnie 6 jednakowych wagonów. W czasie rozpędzania się przyspieszenie pociągu wynosi 0,5 m/s^2. Jeśli łącza między lokomotywą a pierwszym wagonem doznają naprężenia o wartości 6000 N, to jakie co najmniej naprężenia panują na łączach między przedostatnim i ostatnim wagonem?

O ile pierwsze łącze odpowiada za przyspieszenie sześciu wagonów, to ostatnie ciągnie tylko jeden wagon (ostatni). Przyspieszenie wszystkich wagonów jest takie samo, więc naprężenie ostatniego łącza jest sześciokrotnie mniejsze. Odpowiedź:
1000 N.

Dla pełnego przekonania wątpiących proponujemy pokazać tzw. „slinky" - sprężynę stalową lub plastikową (do nabycia w sklepach z zabawkami). Gdy ciągniemy taką sprężynę poziomo po stole, widzimy wyraźnie, jak różne są odstępy między zwojami. Tu, oczywiście, nawet przy ruchu jednostajnym wystąpią różnice. Doskonały temat do dyskusji o przyczynie (tarciu!) takiego odstępstwa od teorii. Czy analogiczny efekt (różne naprężenia) ma miejsce przy jednostajnym ruchu pociągu?

Musi mieć miejsce. Tylko bez tarcia naprężenie wszystkich łącz byłoby zerowe.

Oblicz, ile (co najwyżej) waży każdy wagon? Dlaczego w zadaniu poprzednim w nawiasie zaznaczono „ co najwyżej"?

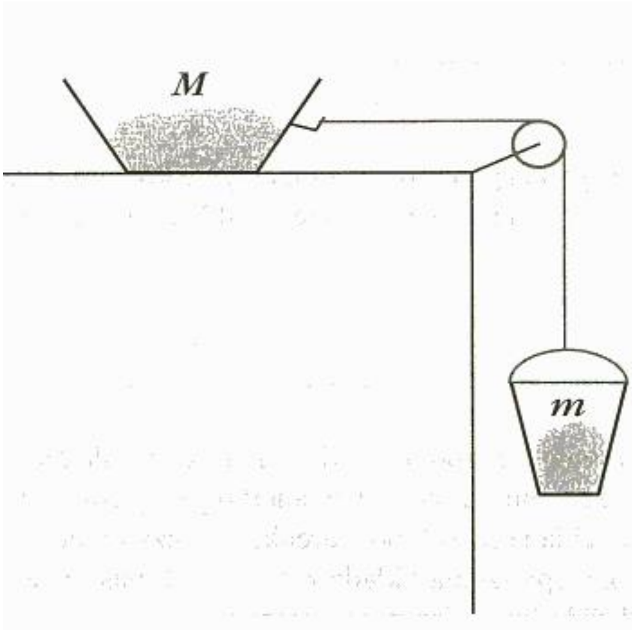
Jeśli siła 1000 N nadaje wagonowi przyspieszenie 0,5 m/s^2, to masa wagonu wynosić musi *F/a,* czyli 2 tony, a więc wagon waży około 20 000 N. Ponieważ niewątpliwie część tego wysiłku idzie na pokonanie sił oporu (tarcia), więc wagon musi być nieco lżejszy.

Nie wypada poprzestać na zadaniach podręcznikowych. To jest ważny temat i jeśli niewiele zostało z wiedzy „nabytej" w gimnazjum, należałoby poćwiczyć na ciekawszych zadaniach.

Oto propozycja. Można stronę skopiować i dać uczniom jako zadanie domowe albo jako test. Przy poszczególnych pytaniach zamieściliśmy punktację za prawidłową odpowiedź.

Zadanie

Naczynie o masie *M* ślizga się po poziomym stole ciągnięte przez linkę, na końcu której zwisa wiaderko zawierające masę *m.*



a) Wykaż, że - pomijając wszelkie opory ruchu - przyspieszenie *a* układu można wyrazić wzorem:

$$a = \frac{mg}{M + m}$$

Przedstaw całe rozumowanie.

....
....
....3pkt

b) Przyjmując, że $g = 10\ m/s^2$, oblicz przyspieszenie dla przypadku, gdy $M = 1$ kg i $m = 0{,}3$ kg.

....
....
....3pkt

c) Ktoś wyraził opinię, że ze wzoru podanego w **(a)** wynika, iż przy braku oporów ruchu najmniejszy pyłek zawieszony w miejsce wiaderka spowoduje przyspieszony ruch układu, nawet gdyby w naczyniu zasiadł słoń. Wyraź swoją opinię z uzasadnieniem lub zaprzeczeniem słuszności takiego poglądu.

....

……
……...2pkt

d) Jak długo (teoretycznie) trzeba czekać, zaczynając od stanu spoczynku, by komar o masie m = 0,0001 kg mógł rozpędzić słonia o masie M = 1000 kg do prędkości równej 10 m/s (36 km/h)?

……
……
……...2pkt

e) Jak długi (co najmniej) musiałby być stół, by przeprowadzić takie (opisane w punkcie **d)** nieprawdopodobne doświadczenie?

……
……
………2pkt

f) Wyobraź sobie teraz sytuację odwrotną: słoń ciągnie komara. Uzasadnij pogląd, że nawet w takiej skrajnej sytuacji przyspieszenie układu nie może przekroczyć wartości g, czyli 10 m/s^2.

……
……
……….....2pkt

g) Wyobraź sobie, że w chwili rozpoczęcia doświadczenia całą masę M układu stanowi masa piasku w naczyniu na stole, a wiaderko jest puste i nic nie waży. Teraz jakiś krasnoludek przekłada piasek po ziarenku z naczynia do wiaderka. Sporządź wykres zależności przyspieszenia układu a (oś y) od masy piasku w wiaderku m (oś x). Zaznacz na każdej osi jeden punkt szczególny.

……
……
………3pkt

Odpowiedzi do zadania.

a) Jedynym „koniem", który przyspiesza układ dwóch mas ($M+m$), jest siła ciężkości masy *m,* czyli *mg.* Ta siła nadaje obu masom przyspieszenie *a.* Zgodnie z drugą zasadą:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{m}{M+m} g \tag{1}$$

Jeśli ktoś jest przyzwyczajony do wolniejszych kroków, to może to zrobić inaczej, patrząc na każdą z dwóch mas osobno:

– masa *m* doznaje oddziaływania dwóch sił: *mg* w dół i *W* (napięcie liny) w górę. Dla niej druga zasada wygląda tak:

$$mg - W = ma \tag{2}$$

– taka sama siła *W* (tylko ze znakiem dodatnim) jest jedyną siłą, która ciągnie masę *M,* zatem (w obu przypadkach przyspieszenie jest takie samo):

$$W = Ma \tag{3}$$

Wystarczy dodać równania (2) i (3) stronami, by uzyskać równanie (1).

b) Ze wzoru (1) otrzymujemy po podstawieniu podanych wartości:

$$a = \frac{0{,}3kg}{1{,}3kg} \cdot 10\frac{m}{s^2} = \frac{30}{13}\frac{m}{s^2} = 2{,}3\frac{m}{s^2}$$

c) To jest stwierdzenie poprawne. Z równania (1) wynika, że tylko w przypadku $m = 0$, czyli gdyby nic nie wisiało na sznurku, układ by nie przyspieszał.

d) Trzeba skorzystać z definicji przyspieszenia i wyrazić czas:

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a}$$

Nasze Δv =10 m/s, bo zaczynamy liczyć czas od chwili, gdy układ się nie porusza, zaś *a* wyliczone z równania (1) wynosi 10^{-6} m/s^2, stąd policzony czas $\Delta t = 10^7$ s, czyli około 116 dni (trochę mniej niż 4 miesiące).

e) Średnia prędkość w tym czasie wynosiła 5 m/s. Zatem stół musiałby zapewnić układowi poruszanie się z taką średnią prędkością przez 10^7 sekund. Długość stołu musi być równa:

$$d = v_{śr} \cdot \Delta t$$

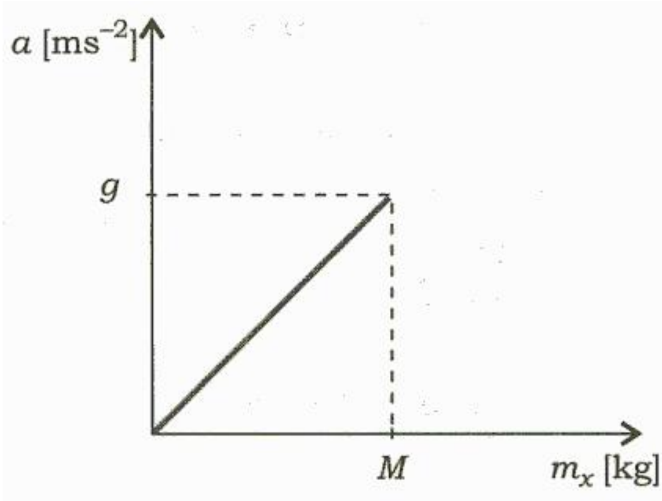
czyli $5*10^7$ albo 50 000 km, zatem 1,25 razy dookoła kuli ziemskiej!

f) Znowu odwołujemy się do niezawodnego równania (1). Odczytujemy. Pomijając masę komara, ułamek przed wielkością *g* jest równy jedności. Słoń spada (prawie) swobodnie!

g) Równanie prostej na zamieszczonym tu wykresie to też równanie (1):

$$a = \frac{g}{M} m$$

gdzie *M* to całkowita masa piasku (wielkość niezmienna), zaś *m* to masa piasku w wiszącym wiaderku.



To jest taki sam problem, jak ze sznurem ześlizgującym się z krawędzi stołu.

Po takim sprawdzianie, po kilku dniach można i warto wrócić do problemu oraz skorzystać z metody prowadzącej do równań 2 i 3 po to, by - szczególnie z bardziej zaawansowanymi uczniami - rozwiązać zadania, w których kilka klocków związanych nićmi leży na stole. Kilka może też wisieć w charakterze „koni". Naprężenie nici łączących można liczyć, traktując każdy klocek osobno. Można wprowadzić tarcie, można pochylić stół.